68. AUFGABE DER WOCHE

Seien n, b und a natürliche Zahlen mit $b \geq 2$ und $n = b + a$. Auf einer einsamen Insel ohne Spiegel, reflektierende Oberflächen, o.Ä. lebe ein Stamm von n frommen und hochgradig logisch denkenden Leuten, wobei 'hochgradig logisch denkend' bedeute, daß jede Konklusion, die von einer Person des Stammes aus ihrem Wissen und ihren Beobachtungen gemacht werden kann, sofort zum Wissen der Person gehöre. Alle Stammesmitglieder wissen, daß alle Stammesmitglieder fromm sind und hochgradig logisch denken. Außerdem wissen alle Stammesmitglieder, daß alle Stammesmitglieder wissen, daß alle Stammesmitglieder fromm sind und hochgradig logisch denken und so weiter.

Genau b Personen des Stammes haben eine blaue und genau a Personen des Stammes eine andere Augenfarbe als Blau, wovon die Stammesmitglieder allerdings nichts wissen. Ihre Religion verbietet es jedem Mitglied des Stammes, über seine Augenfarbe Bescheid zu wissen oder darüber zu reden. Sollte ein Mitglied des Stammes jemals seine eigene Augenfarbe herausfinden, so würde es bereitwillig am nächsten Tag Selbstmord begehen.

Eine Tages kommt der Fremde G. auf die Insel. Tragischerweise hat sich G. nicht über die dortige Religion informiert und sagt den Satz: „Wie schön ist es, eine andere blauäugige Person als mich zu sehen!".

Die Frage ist nun: Welche Auswirkung hat das Aussprechen dieses Satzes auf das Verhalten des Stammes?

Die erste Möglichkeit ist:
Der Ausspruch hat keinen Effekt auf das Leben des Stammes, da es mehr als zwei blauäugige Stammesmitglieder gibt: Die Information des Fremden ist für jedes Mitglied des Stammes nicht neu. □

Die zweite Möglichkeit ist:
Nach genau b Tagen begehen alle blauäugigen Mitglieder des Stammes Selbstmord. Dies kann man per Induktion über die Anzahl der blauäugigen Stammesmitglieder zeigen: Hätte der Stamm genau $b = 2$ blauäugige Mitglieder, so macht jeder der beiden die folgende Beobachtung: Ich sehe genau eine blauäugige Person. Wäre ich nicht blauäugig, so würde sich das andere blauäugige Mitglied am folgenden Tag umbringen. Da dies aber nicht eintritt, bin ich blauäugig. Damit brächten sich die beiden blauäugigen Stammesmitglieder nach $b = 2$ Tagen um. Der Induktionsschritt funktioniert genauso. □

Die 'Aufgabe der Woche' ist eine inoffizielle Belustigung. Für den Urheber der ersten Lösung liegt in V4-206 ein namhafter Schokoriegel bereit. Vorschläge für schöne neue Aufgaben werden dankend aber schokoriegelfrei in V4-206 angenommen. Den Lösungsstatus einer Aufgabe, sowie die normalerweise montags neu erscheinende Aufgabe findet man unter http://www.math.uni-bielefeld.de/~florian/adw/ .