40. AUFGABE DER WOCHE

Sei n eine positive natürliche Zahl und A eine reelle orthogonale $n \times n$-Matrix ohne den Eigenwert Eins. Sei nun B eine $n \times n$-Matrix, die aus A durch Ersetzen einer Zeile oder einer Spalte von A durch ihr Negatives hervorgeht.
Hat B stets den Eigenwert Eins?

(Daß die $n \times n$-Matrix $B = (b_{i,j})$ aus der $n \times n$-Matrix $A = (a_{i,j})$ auf die obig beschriebene Weise hervorgeht heißt, daß es ein $1 \leq k \leq n$ gibt, sodaß $b_{i,j} = a_{i,j}$ für $i \neq k$ und $b_{k,j} = -a_{k,j}$ für alle $1 \leq j \leq n$ oder daß ein $1 \leq l \leq n$ gibt, sodaß $b_{i,j} = a_{i,j}$ für $j \neq l$ und $b_{i,l} = -a_{i,l}$ für alle $1 \leq i \leq n$.)

Die 'Aufgabe der Woche' ist eine inoffizielle Belustigung. Für den Urheber der ersten Lösung liegt in V4-206 ein namhafter Schokoriegel bereit. Vorschläge für schöne neue Aufgaben werden dankend aber schokoriegelfrei in V4-206 angenommen. Den Lösungsstatus einer Aufgabe, sowie die normalerweise montags neu erscheinende Aufgabe findet man unter http://www.math.uni-bielefeld.de/~florian/adw/ .