30. AUFGABE DER WOCHE

Sei n eine positive natürliche Zahl.
Eine Abbildung $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ heisse eine Polynomfunktion, falls ein Polynom g aus $\mathbb{R}[X_1, ..., X_n]$ existiert, sodass $f = \Phi(g)$, wobei der Homomorphismus

$$\Phi : \mathbb{R}[X_1, ..., X_n] \to (\mathbb{R}^n \to \mathbb{R})$$

dadurch gegeben ist, dass für $g \in \mathbb{R}[X_1, ..., X_n]$ die Abbildung $\Phi(g)$ definiert ist durch $(x_1, ..., x_n) \mapsto g(x_1, ..., x_n)$.

Sei nun $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ eine Abbildung, sodass für alle reellen $x_1, ..., x_n$ die Abbildungen

$$f(x_1, ..., x_{i-1}, \cdot, x_{i+1}, ..., x_n) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

mit $i \in \{1, ..., n\}$ Polynomfunktionen sind. Ist dann f auch eine Polynomfunktion?

(Was passiert, wenn man $\mathbb{R}$ durch einen endlichen Körper $\mathbb{F}_p$ ersetzt? Was passiert, wenn man $\mathbb{Q}$ betrachtet?)

Die 'Aufgabe der Woche' ist eine inoffizielle Belustigung. Für den Urheber der ersten Lösung liegt in V4-206 ein namhafter Schokoriegel bereit. Vorschläge für schöne neue Aufgaben werden dankend aber schokoriegelfrei in V4-206 angenommen. Den Lösungsstatus einer Aufgabe, sowie die normalerweise montags neu erscheinende Aufgabe findet man unter http://www.math.uni-bielefeld.de/~florian/adw/ .