116. AUFGABE DER WOCHE

Sei R ein kommutativer Ring mit Eins und $0 \neq 1$. Der Nullteilergraph

$$G(R) = (V(R), E(R))$$

von R hat die Ecken

$$V(R) = \{a \in R \setminus \{0\} \mid \exists b \in R \setminus \{0\} : ab = 0\}$$

und die Kanten

$$E(R) = \{(a, b) \in R \setminus \{0\} \times R \setminus \{0\} \mid a \neq b \wedge ab = 0\}.$$

Der Diameter $diam(G)$ eines Graphen $G = (V, E)$ ist die größte Länge eines kürzesten Weges zwischen zwei verschiedenen Ecken von G, also

$$diam(G) = sup\{d(x, y) \in \mathbb{N} \mid x, y \in V \wedge x \neq y\}$$

wobei $d(x, y)$ die kürzeste Länge eines Weges zwischen x und y bezeichne.

Man zeige, daß $diam(G(R)) \leq 3$ gilt.

(Was kann man noch über den Nullteilergraphen eines Rings sagen?)

Die 'Aufgabe der Woche' ist eine inoffizielle Belustigung. Für den Urheber der ersten Lösung liegt in 69/314 ein namhafter Schokoriegel bereit. Vorschläge für schöne neue Aufgaben werden dankend aber schokoriegelfrei in 69/314 angenommen. Den Lösungsstatus einer Aufgabe findet man unter http://www.mathematik.uni-osnabrueck.de/staff/phpages/fstrunk/adw/Welcome.html.