115. AUFGABE DER WOCHE

Sei $n \geq 2$ eine natürliche Zahl. Man betrachte die $n \times n$ Matrix

1	2	3	$\dots$	$n-1$	n
$n+1$	$n+2$	$n+3$	$\dots$	$2n-1$	$2n$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\dots$	n^2-1	$*$

mit genau den Einträgen $\{1, \dots, n^2-1, *\}$. Gibt es eine endliche Folge $A_1, \dots, A_m$ von $n \times n$ Matritzen A_k mit jeweils genau den Einträgen $\{1, \dots, n^2-1, *\}$, sodass für alle $k \in \{1, \dots, m-1\}$ gilt (wobei $a_{i,j}^k$ die Einträge von A_k und $a_{i,j}^{k+1}$ die Einträge von A_{k+1} bezeichnen für alle $i, j \in \{1, \dots, n\}$):

- falls $* = a_{i,j}^k$ und $i \neq 1$, dann $a_{i-1,j}^{k+1} = *$ und $a_{i,j}^{k+1} = a_{i-1,j}^k$ oder
- falls $* = a_{i,j}^k$ und $i \neq n$, dann $a_{i+1,j}^{k+1} = *$ und $a_{i,j}^{k+1} = a_{i+1,j}^k$ oder
- falls $* = a_{i,j}^k$ und $j \neq 1$, dann $a_{i,j-1}^{k+1} = *$ und $a_{i,j}^{k+1} = a_{i,j-1}^k$ oder
- falls $* = a_{i,j}^k$ und $j \neq n$, dann $a_{i,j+1}^{k+1} = *$ und $a_{i,j}^{k+1} = a_{i,j+1}^k$

und mit der Eigenschaft, dass A_m die Matrix

2	1	3	$\dots$	$n-1$	n
$n+1$	$n+2$	$n+3$	$\dots$	$2n-1$	$2n$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\dots$	n^2-1	$*$

ist?
(Dies ist für $n = 15$ ein bekanntes Puzzle. Was passiert mit anderen Anordnungen?)

Die 'Aufgabe der Woche' ist eine inoffizielle Belustigung. Für den Urheber der ersten Lösung liegt in 69/314 ein namhafter Schokoriegel bereit. Vorschläge für schöne neue Aufgaben werden dankend aber schokoriegelfrei in 69/314 angenommen. Den Lösungsstatus einer Aufgabe findet man unter http://www.mathematik.uni-osnabrueck.de/staff/phpages/fstrunk/adw/Welcome.html.